

## 14. Goniometrické funkce a rovnice

---

- Sestrojte grafy funkcí a popište jejich vlastnosti:
  - $y = \left| 2 \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$
  - $y = \left| \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right| + 2$
  - $y = \sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right)$
  - $y = 2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) + 1$
- Aniž počítáte velikost úhlu  $x$ , určete hodnoty zbývajících goniometrických funkcí v bodě  $x$ , víte-li, že platí  $\cos x = \frac{4}{5}$ ;  $x \in \left( 0; \frac{\pi}{2} \right)$
- Vypočtete: 
$$\frac{\sin 150^\circ \cdot \operatorname{cotg} 330^\circ}{\operatorname{tg} 210^\circ \cdot \sin 270^\circ} - \frac{\cos 225^\circ \cdot \operatorname{tg} 315^\circ}{\sin 120^\circ \cdot \operatorname{cotg} 225^\circ}$$
- Dokažte, že platí: 
$$\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x}$$
- Zjednodušte výrazy a stanovte podmínky:
  - $\frac{\sin^2 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \cos^4 x}$
  - $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$
  - $\frac{1 - \cos^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} - \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{cotg}^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - 1$
- Řešte rovnice na množině  $\mathbf{R}$ :
  - $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$
  - $6 \sin^2 x - 7 \sin 2x + 8 \cos^2 x = 0$
  - $\sin 2x - \sin x - \operatorname{tg} x = 0$
  - $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x = 1 + \operatorname{tg} x$
  - $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$
  - $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$
- Určete hodnotu výrazu  $V(\alpha) = -\frac{\sin \alpha}{4 \cos \alpha}$ , je-li  $\operatorname{tg} \alpha = -2$ .
- Jestliže platí  $\sin 40^\circ = a$ , potom **neplatí**:
  - $a - \cos 50^\circ = 0$
  - $a + \cos 50^\circ = 0$
  - $a + \sin(-40^\circ) = 0$
  - $a + \sin 320^\circ = 0$
  - $a + \sin(-140^\circ) = 0$
- Určete definiční obor funkce  $f: y = \log(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})$ .

10. Na obrázku je graf funkce:

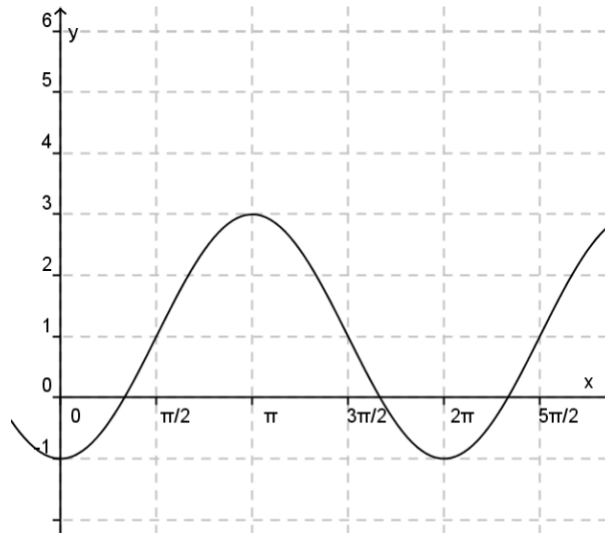
a)  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$

d)  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

b)  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

e)  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$

c)  $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$



11. Pomocí jednotkové kružnice seřaďte hodnoty daných výrazů vzestupně.

$\cos 20^\circ, \cos 200^\circ, \cos 2000^\circ, \cos(-200^\circ)$

12. Určete k jednotlivým předpisům funkcí jejich periodu.

a)  $y = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$

f)  $y = 3 \cdot \operatorname{tg} x$

b)  $y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

g)  $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$

c)  $y = 2 - \sin \frac{x}{2}$

h)  $y = \operatorname{cotg} \frac{2x}{3}$

d)  $y = 2 \cdot \cos\left(-\frac{x}{3} + 1\right)$

i)  $y =$

$\operatorname{cotg}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

e)  $y = \pi \cdot \frac{\sin x}{4}$

13. Bez použití kalkulačky porovnejte hodnoty daných výrazů.

a)  $\operatorname{cotg} 222^\circ \quad \operatorname{cotg} 17^\circ$

c)  $\operatorname{tg} 325^\circ \quad \operatorname{tg} 111^\circ$

b)  $\operatorname{tg} 25^\circ \quad \operatorname{cotg} 25^\circ$

d)  $\operatorname{tg} 135^\circ \quad \operatorname{cotg} 135^\circ$

## 14. Goniometrické funkce a rovnice - výsledky

---

1. -----

2.  $\sin x = \frac{3}{5}, \operatorname{tg} x = \frac{3}{4}, \cot g = \frac{4}{3}$

3.  $\frac{9-2\sqrt{6}}{6}$

4. -----

5. a)  $1; x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$

b)  $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}; x \neq \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$

c)  $\operatorname{tg}^2 x; x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$

6. a)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right\}$

b)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; 53^\circ 7' + k \cdot 180^\circ; 126^\circ 53' + k \cdot 180^\circ \right\}$

c)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \right\}$

d)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{3\pi}{4} + k\pi \right\}$

e)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi \right\}$

f)  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \right\}$

7.  $V(\alpha) = \frac{1}{2}$

8. b)

9.  $Df = \left( \frac{2}{3}\pi + k\pi; \frac{3}{2}\pi + k\pi \right)$

10. d)

11.  $\cos(-200^\circ) = \cos 200^\circ = \cos 2000^\circ < \cos 20^\circ$

12. a)  $2\pi$       b)  $\frac{2}{3}\pi$       c)  $4\pi$       d)  $6\pi$       e)  $2\pi$       f)  $\pi$       g)  $3\pi$

h)  $\frac{3}{2}\pi$       i)  $\frac{\pi}{2}$

13. a)  $>$       b)  $<$       c)  $>$       d)  $=$